

De Modulator van Le Corbusier

Simon van der Salm

De Nieuwe Zakelijkheid

Op 18 april hield de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) haar jubileumcongres in Grand Hotel Gooiland, in Hilversum. Dit bijzondere gebouw werd in 1935 ontworpen door Jan Duiker en na diens dood afgebouwd door Bernard Bijvoet. Beide architecten behoren tot de *Nieuwe Zakelijkheid*, een stroming in de architectuur die men ook wel met het *Nieuwe Bouwen* aanduidt.

Kenmerk van de Nieuwe Zakelijkheid is de nadruk op de functionaliteit van gebouwen: vorm volgt functie. Die functionele zakelijkheid uit zich onder andere in het strenge gebruik van wiskundige vormen en het is dus niet verbazingwekkend dat we in Grand Hotel Gooiland zowel binnen als buiten wiskundige vormen en functies kunnen herkennen.



Jubileumboekje NVvW, 18 april 2015

Dat is natuurlijk ook het organiserende comité van het jubileumcongres van de NVvW niet ontgaan. Ter ere van het 90-jarige bestaan ontving iedere deelnemer aan het congres een boekje met een *wiskundewandeling* door het Grand Hotel Gooiland, een wandeling langs een aantal bijzondere mathematische verschijnselen in het gebouw.

Le Corbusier

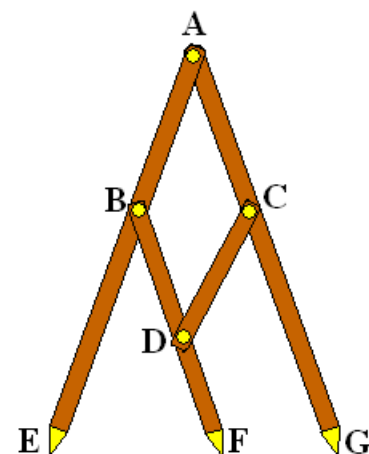
Le Corbusier (1887 – 1965), geboren als Charles-Édouard Jeanneret-Gris, toonaangevende exponent van de beweging, vond de gevoelsmatige (romantische!) willekeur waarmee architecten gebouwen ontwierpen maar niets. Terugkijkend op het begin van zijn carrière, merkte hij op: “Opnieuw werd ik getroffen door het ontbreken van een regel of wetmatigheid. Verbijsterd realiseerde ik me dat ik in een totale chaos werkte. Toen ontdekte ik voor mijn eigen gebruik de noodzaak van een regulerend instrument” [1]. Dat regulerende, rationele instrument was de Modulator, een op de menselijke verhoudingen gebaseerde figuur waarmee architecten heel gemakkelijk de Gulden Snede kunnen toepassen bij het ontwerpen van hun constructies.

Gulden Snede passer (schematisch)

Gulden Snede

Al sinds de klassieke oudheid trekt de Gulden Snede de aandacht; internet biedt een nagenoeg oneindig aantal websites over dat onderwerp.

Voor verzamelaars van passers: veel van die websites bevatten afbeeldingen van fraaie passers waarmee de Gulden Snede kan worden geconstrueerd. Adalbert Göringer bedacht in 1893 het eerste exemplaar [2]; het plaatje hiernaast toont een geschematiseerde versie [3].



De Gulden Snede is de verdeling van een lijnstuk (EG) in een groot stuk g (EF) en een klein stuk k (FG), zodanig dat de verhouding φ van het grootste tot het kleinste stuk gelijk is aan de verhouding van het hele lijnstuk tot het grootste stuk:

$$\varphi = \frac{g}{k} = \frac{g+k}{g} = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

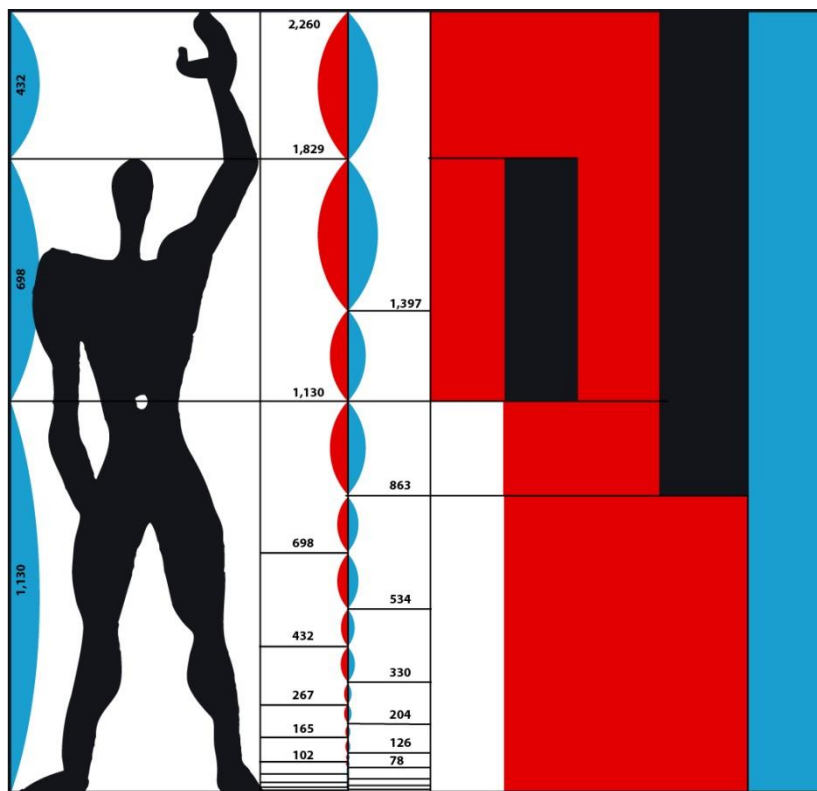
Hieruit volgt de kwadratische vergelijking $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$, waarvan de positieve oplossing

$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618\dots$ is. De negatieve oplossing is $-0,618\dots$. De verhouding φ noemt men de *gulden ratio*.

Merk op dat $\frac{1}{\varphi} = 0,618\dots$, dus delen door 1,618 is vermenigvuldigen met 0,618 en omgekeerd, delen door 0,618 is vermenigvuldigen met 1,618. (Voor het gemak ronden we af op 3 decimalen.) Daarmee vertegenwoordigen 0,618 en 1,618 een zelfde soort functie als 2 en 5. (Delen door 5 is vermenigvuldigen met 2; delen door 2 is vermenigvuldigen met 5. Wel even op de decimale komma letten!)

Stellen we de lengte van het totale lijnstuk (EG) op 1 eenheid, dan is het grootste stuk (EF) 0,618 eenheden en het kleinste stuk 0,382 (FG); de verhouding van deze getallen is natuurlijk $\varphi = 1,618$.

Bij Gulden Snede passers zien we de gulden verhouding φ niet alleen in de basis van de driehoek (EG), maar ook in de drie benen: $\varphi = AE : BE = AG : EG = BF : DF$. De punten A, B, C en D vormen dus een ruit; uit de gelijkvormigheid van de driehoeken $\triangle EBF$ en $\triangle EAC$ volgt dat E, F en G inderdaad op één lijn liggen.



De Modulor van Le Corbusier

De Modulor van Le Corbusier

Mensen blijken de verhouding 0,618/0,382 de mooiste verdeling van een lijn of een vlak te vinden, althans dat wordt vaak beweerd. In een voordeur bijvoorbeeld moet volgens dat inzicht de hoogte van het raampje 0,382 maal de hoogte van de deur zijn.

Volgens Le Corbusier is dat gevoel voor de mooiste verhouding geen toeval omdat ook het perfecte menselijke lichaam overal de gulden ratio laat zien.

De Modulor van Le Corbusier [4] is een tekening met een perfecte mannelijke figuur waarvan allerlei maten de Gulden Snede volgen. Links in de drie blauwe sectoren bijvoorbeeld zien we de getallen 1130, 698 en 432. De verhouding van twee opeenvolgende getallen is van boven naar beneden gerekend steeds 0,618, terwijl de verhouding van onderen naar boven gerekend steeds 1,618, dus de gulden ratio φ , is.

Voor de middelste getallen bij de rode sectoren 102, 165, 267, 432, 698 en 1130 geldt iets soortgelijks. Van beneden naar boven gerekend is een getal afgerond steeds 1,618 maal zijn voorganger.

In de middelste kolom is het stuk van 1130 tot 2260 verdeeld volgens 0,618 : 0,382. Het getal 1829 bevindt zich dus op 0,618 van de bovenste helft.

De verhouding van twee opeenvolgende getallen 78, 126, 294, 330, 534, 863 en 1397 in de kolom daarnaast is ook steeds 0,618 (of 1,618) en bovendien verdelen die getallen de stukken links daarvan volgens de Gulden Snede.

Ook in de afmetingen van de balken rechts in de tekening (rood, zwart en blauw) zien we de Gulden Snede.

Le Corbusier paste de verhoudingen van de Modulor toe in zijn ontwerpen, waardoor die gebouwen uit *zakelijke* constructies volgens de Gulden Snede bestaan. De architecten van het Nieuwe Bouwen, zoals Duiker en Bijvoet, waren zeer gecharmeerd van het werk van Le Corbusier, en dat is te zien in Grand Hotel Gooiland, en misschien meer nog in Ziekenhuis Zonnestraal, in Hilversum.

Referenties

[1] Kop, Peter, e.a., *Wiskundewandeling in Grand Hotel Gooiland*, jubileumboekje bij het congres van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, 18 april 2015, pagina 5.

[2] Snijders, C.J., *De Gulden Snede*, De Driehoek B.V., Amsterdam, 1969 en 1992. Zie fig. 13, foto tegenover pagina 25.

[3] Hofstede, Herman, website: <http://www.hhofstede.nl/getallen/guldensnedepasser.htm>. Figuur gepubliceerd met toestemming van H. Hofstede.

[4] Website: <http://www.neermanfernand.com/corbu.html>.