

Dokter, wat zijn mijn kansen?

Simon van der Salm

Een nomogram in het computertijdperk?

Wie denkt dat nomogrammen in het computertijdperk niet meer nodig zijn, zal verbaasd zijn als die ziet hoeveel ze nog worden gebruikt. Kortgeleden ontdekte ik een fraai en handig nomogram dat ik nog niet kende en in mijn lessen statistiek voor medisch technici gebruik.



“Doc, what are my chances?”

In februari 2021 publiceerden Joe Marasco, Leif Roschier en Ron Dörfler een artikel met de titel *Doc, what are my chances?* in *The UMAP Journal*. [3]. Het is een artikel over een van de belangrijkste theorema's van de waarschijnlijkheidsrekening, de stelling van Bayes. Deze stelling is een statistische formule die een posttestkans berekent op basis van een initiële pretestkans, alsmede de resultaten van een test met een bepaald onderscheidend vermogen.

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)}$$

De formule van Bayes in moderne vorm.

De Engelse predikant en amateurwiskundige Thomas Bayes (1701-1761) ontdekte de bovenstaande formule als eerste, maar overleed voordat hij hem kon publiceren; Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827) publiceerde de formule postuum in zijn moderne vorm pas in het jaar 1812.



Thomas Bayes (London, 1701 – Tunbridge Wells, Kent, 1761). Engelse theoloog en wiskundige, die het begrip waarschijnlijkheid als eerste inductief opvatte. Hij verklaarde de waarschijnlijkheidsinferentie: hoe je postkansen kunt berekenen vanuit prekansen.

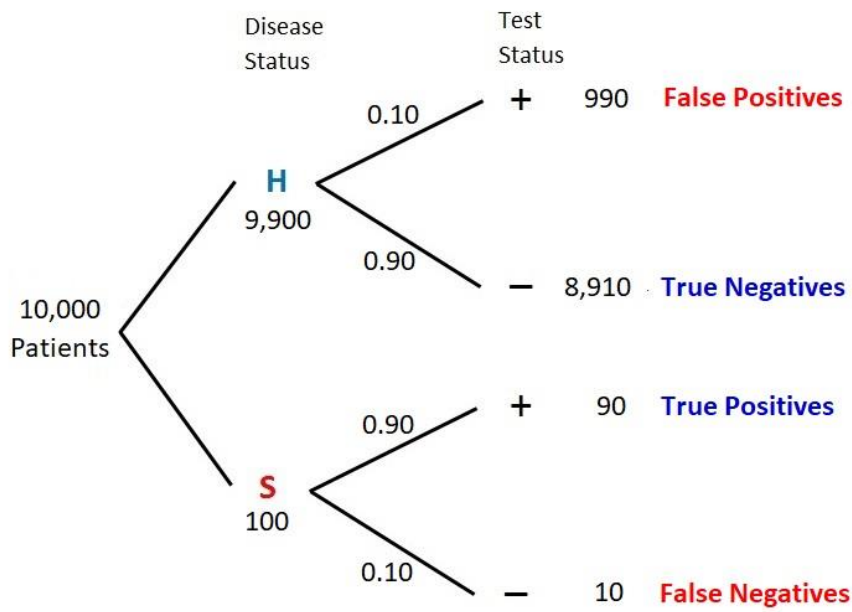
Een bekende toepassing van de stelling van Bayes vinden we in de gezondheidszorg, in het bijzonder bij de zogenaamde *evidence-based medicine*. Tests, voor het detecteren van een bepaalde ziekte (bijvoorbeeld de coronatest) hebben een sensitiviteit (hoe goed slaagt de test erin de ziekte te herkennen?) en een specificiteit (hoe goed slaagt de test erin afwezigheid van de ziekte aan te tonen?) die in het algemeen geen 100% zijn. Dat wil zeggen, dat de betrouwbaarheid van de test ook niet 100% kan zijn. Een belangrijke vraag waarmee de tester wordt geconfronteerd is: als de test een positief resultaat geeft, hoe groot is dan de kans dat de patiënt ook daadwerkelijk de betreffende ziekte onder de leden heeft? Deze kans noemt met de post-waarschijnlijkheid. Deze blijkt – zelfs bij goede tests – aanzienlijk lager te zijn dan vaak intuïtief wordt gedacht.

De post-waarschijnlijkheid is afhankelijk van de pre-waarschijnlijkheid, bijvoorbeeld de inschatting van de kans van de dokter dat de patiënt de ziekte heeft. Veronderstel bijvoorbeeld dat deze 2% is. Als de sensitiviteit van de test 97% is en de specificiteit 96%, (dus best een goede test) dan is de kans dat de patiënt de ziekte heeft een post-waarschijnlijkheid van... slechts 33%. Namelijk $2 \cdot 97 / (2 \cdot 97 + 98 \cdot 4)$. Verbazingwekkend laag, gezien de percentages 97% en 96%. Studenten Geneeskunde en dokters! Blijken die kans vaak een factor 2 of meer te overschatten.

Veronderstel dat je een test uitvoert met 10.000 personen bij een prevalentie van 1%, een sensitiviteit van 90% en een specificiteit van eveneens 90%. Zie het boomdiagram. Het aantal vals positieve uitslagen (990) is dan veel groter dan het aantal terecht positieve uitslagen (90). Zie [2]

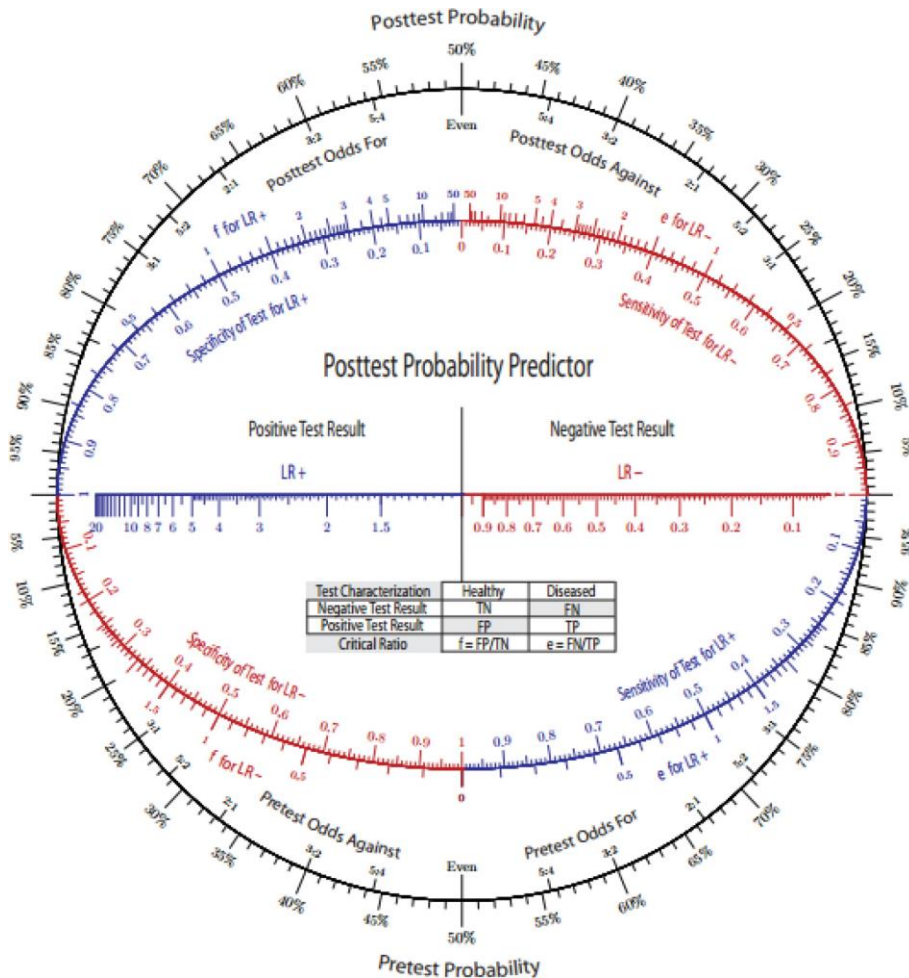
Dit is de basis voor recente aanbevelingen om bijvoorbeeld de PSA-screening bij mannen stop te zetten als duur en contraproductief.

Het berekenen van de post-waarschijnlijkheid is niet moeilijk, maar voor veel gebruikers is de theorie daarachter nogal abstract. Daarbij komt nog de moeilijkheid dat de context van de stelling van Bayes wel wat meer kennis van de kansrekening vraagt dan wellicht uit de bovenstaande simpele berekening lijkt. Er moet meer berekend worden dan de post-waarschijnlijkheid alleen, zoals likelihoods en likelihood ratios (LR's).



Een test wordt gedaan met 10.000 testpersonen; prevalentie 1%, sensitiviteit 90% en specificiteit 90%. Het aantal vals positieve uitslagen (990) is dan veel groter dan het aantal terecht positieve uitslagen (90). Zie [2]

Verbanden zien = verbanden begrijpen



Het is niet zo gemakkelijk de essentie van de stelling van Bayes duidelijk te maken door alleen wiskundige formules te gebruiken. Ik ben kennelijk niet de enige docent die bij zijn studenten op dat probleem stoot. Door een toeval kwam ik er kortgeleden achter dat er een heel fraai nomogram bestaat, dat de berekeningen, en vooral de relaties tussen de diverse getallen en begrippen, inzichtelijk maakt. Een nomogram dat al in 2012 is bedacht. Zoiets zou je in dit computertijdperk niet meer verwachten. Zie het bovenstaande nomogram.

Deze MIR biedt onvoldoende ruimte om uitleg te geven over het werken met het nomogram; dat is iets voor een volgende MIR.

Bronnen:

- 1) <https://deadreckonings.com/2012/03/11/bayes-theorem-medical-diagnostics-and-nomograms/>
- 2) <https://probabilityandstats.wordpress.com/2017/09/04/bayes-formula-gives-better-perspective-on-medical-testing/>
- 3) https://www.comap.com/membership/member-resources/item/doc-what-are-my-chances?category_id=46